1 ERE S **POLYNOMES** feuille 12

EXERCICE 1

Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^3 + 4x^2 - x - 4$.
On cherche à résoudre l'équation $P(x) = 0$

1. Vérifier que 1 est solution de l'équation $P(x) = 0$.

2. Déterminer trois réels a, b et c tels que $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
(*On admettra que tout polynôme admettant α comme racine peut se factoriser par* $(x - \alpha)$)

3. Résoudre $P(x) > 0$.

Exercice 2

Soit P le polynôme défini par $P(x) = 6 + 10x + 2x^2 - 2x^3$.

1. Montrer que $P(x)$ est factorisable par $x+1$.

2. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x, $P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.

3. Résoudre alors l'inéquation (I) : $6 + 10x + 2x^2 - 2x^3 > 0$.

EXERCICE 3

On considère le polynôme P défini par $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.

1. Vérifier que 1 est une racine de P.
2. Déterminer trois nombres réels a, b et c tels que, pour tout réel x, $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
3. Résoudre l'inéquation $P(x) \geqslant 0$.

EXERCICE 4

1) Soit le polynôme $P(x) = 3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$.

Montrer que le polynôme P peut se factoriser sous la forme $P(x) = (x+1)Q(x)$, où $Q(x)$ est un trinôme du second degré que l'on déterminera.

Déterminer alors les solutions de l'équation $3x^3 - 7x^2 - 7x + 3 = 0$.

2) On considère la fraction rationnelle : $f(x) = \dfrac{3x^3 - 7x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 12x + 12}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de f .

b) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.