

Un commerce possède un rayon « journaux » et un rayon « souvenirs ». À la fin d'une journée, on trie les pièces de monnaie contenues dans les caisses de chaque rayon. On constate que la caisse du rayon « journaux » contient 3 fois plus de pièces de 1 € que celle du rayon « souvenirs ». Les pièces ont toutes le côté pile identique, mais le côté face diffère et symbolise un des pays utilisant la monnaie unique.

Ainsi, 40 % des pièces de 1 € dans la caisse du rayon « souvenirs » et 8 % de celles du rayon « journaux » portent une face symbolisant un pays autre que la France (on dira « face étrangère »).

1. Le propriétaire du magasin, collectionneur de monnaies, recherche les pièces portant une face étrangère. Pour cela il prélève au hasard et avec remise 20 pièces issues de la caisse « souvenirs ». On note  $X$  la variable aléatoire qui associe à chaque prélèvement le nombre de pièces portant une face « étrangère ».

- Expliquer pourquoi  $X$  suit une loi binomiale ; déterminer les paramètres de cette loi.
- Calculer la probabilité qu'exactement 5 pièces parmi les 20 portent une face étrangère.
- Calculer la probabilité qu'au moins 2 pièces parmi les 20 portent une face étrangère.

2. Les pièces de 1 € issues des deux caisses sont maintenant rassemblées dans un sac.

On prélève au hasard une pièce du sac.

On note  $S$  l'évènement « la pièce provient de la caisse souvenirs » et  $E$  l'évènement « la pièce porte une face étrangère ».

- Déterminer  $P(S)$ ,  $P_S(E)$  ; en déduire  $P(S \cap E)$ .
- Démontrer que la probabilité que la pièce porte une face étrangère est égale à 0,16.
- Sachant que cette pièce porte une face étrangère, déterminer la probabilité qu'elle provienne de la caisse « souvenirs ».

3. Dans la suite, la probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans le sac porte une face étrangère est égale à 0,16. Le collectionneur prélève  $n$  pièces ( $n$  entier supérieur ou égal à 2) du sac au hasard et avec remise.

Calculer  $n$  pour que la probabilité qu'il obtienne au moins une pièce portant une face étrangère soit supérieure ou égale à 0,9.