

On dispose de deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Ces dés sont en apparence identiques mais l'un est bien équilibré et l'autre truqué. Avec le dé truqué la probabilité d'obtenir 6 lors d'un lancer est égale à  $\frac{1}{3}$ .

*Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.*

1. On lance le dé bien équilibré trois fois de suite et on désigne par  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de 6 obtenus.

- Quelle loi de probabilité suit la variable aléatoire  $X$  ?
- Quelle est son espérance ?
- Calculer  $p(X = 2)$ .

2. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables. On lance le dé choisi trois fois de suite.

On considère les évènements  $D$  et  $A$  suivants :

- $D$  « le dé choisi est le dé bien équilibré » ;
- $A$  : « obtenir exactement deux 6 ».

a. Calculer la probabilité des évènements suivants :

- « choisir le dé bien équilibré et obtenir exactement deux 6 » ;
- « choisir le dé truqué et obtenir exactement deux 6 ».

(On pourra construire un arbre de probabilité).

b. En déduire que  $p(A) = \frac{7}{48}$ .

c. Ayant choisi au hasard l'un des deux dés et l'ayant lancé trois fois de suite, on a obtenu exactement deux 6. Quelle est la probabilité d'avoir choisi le dé truqué ?

3. On choisit au hasard l'un des deux dés, les choix étant équiprobables, et on lance le dé  $n$  fois de suite ( $n$  désigne un entier naturel supérieur ou égal à 2).

On note  $B_n$  l'évènement « obtenir au moins un 6 parmi ces  $n$  lancers successifs ».

- Déterminer, en fonction de  $n$ , la probabilité  $p_n$  de l'évènement  $B_n$ .
- Calculer la limite de la suite  $(p_n)$ . Commenter ce résultat