Exercice 3

Dans un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) (unité graphique : 1 cm), on note A le point de coordonnées A(3 ; 6) et (*C*) la courbe d'équation : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$.

Le but de l'exercice est de construire les tangentes à (*C*) passant par A.

1°) Démontrer que (*C*) est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre Ω et le rayon R.

(Faire une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice)

2°) Justifier que le point A se trouve à l'extérieur du cercle (*C*).

3°) Soit (*C'*) le cercle de diamètre [AΩ] où Ω(2 ; -1).

a) Déterminer une équation cartésienne du cercle (*C'*).
b) Vérifier que le point I(6 ; 2) appartient aux deux cercles (*C*) et (*C'*).
c) Déterminer une équation de la droite (AI).
d) Démontrer que la droite (AI) est tangente au cercle (*C*).

4°) a) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du deuxième point J d'intersection des cercles (*C*) et (*C'*).

b) Que peut-on dire de (AJ) par rapport à (*C*) ? Le justifier.

Exercice 4

Soit ABC est un triangle rectangle en A. On note H le projeté orthogonal de A sur (BC). Une droite (*D*) passant par C coupe la droite (AH) en M et le cercle de diamètre [BC] en N.

1°) Faire une figure lisible .

2°) Démontrer que $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CH}.\overrightarrow{CB} = CA^2$