

**Exercice 3** (5 points)

Dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique : 1 cm), on note A le point de coordonnées  $A(2 ; 5)$  et (C) la courbe d'équation :  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ .

Le but de l'exercice est de construire les tangentes à (C) passant par A.

**1°)** Démontrer que (C) est un cercle dont on déterminera les coordonnées du centre  $\Omega$  et le rayon R.  
(Faire une figure que l'on complétera dans la suite de l'exercice)

**2°)** Justifier que le point A se trouve à l'extérieur du cercle (C).

**3°)** Soit (C') le cercle de diamètre  $[A\Omega]$  où  $\Omega(1 ; -2)$ .

- Déterminer une équation cartésienne du cercle (C').
- Vérifier que le point I(5 ; 1) appartient aux deux cercle (C) et (C').
- Déterminer une équation de la droite (AI).
- Démontrer que la droite (AI) est tangente au cercle (C).

**4°)** a) Déterminer, par le calcul, les coordonnées du deuxième point J d'intersection des cercles (C) et (C').

b) Que peut-on dire de (AJ) par rapport à (C) ? Le justifier.