

**Exercice III (10 pts)**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$  par :  $f(x) = \frac{3x^3 - 8x + 6}{3(x-1)^2}$

et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 1 cm.

1°) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que, pour tout  $x \neq 1$  :  $f(x) = ax + b + \frac{cx}{3(x-1)^2}$

2°) Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

3°) a) Démontrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x + 2$  est asymptote oblique à la courbe  $(C)$ .

b) Etudier la position relative de la courbe  $(C)$  et de la droite  $\Delta$ .

c) Indiquer une deuxième droite asymptote à  $(C)$ .

4°) Justifier que  $f$  est dérivable sur son ensemble de définition et démontrer que :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(3x^2 - 3x + 2)}{3(x-1)^3}$$

5°) Etudier les variations de  $f$  sur son ensemble de définition et tracer son tableau de variations.

6°) Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse 0.

7°) Tracer la courbe  $(C)$  en s'appuyant sur les différentes tangentes et asymptotes trouvées.