

Exercice 3 (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbf{R}\setminus\{2\}$ par : $f(x) = 1 - x + \frac{2(x+1)}{(x-2)^2}$.

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

1°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Démontrer que (C) admet deux asymptotes que l'on déterminera.

3°) Préciser la position relative de (C) par rapport à la droite Δ d'équation $y = 1 - x$ sur $\mathbf{R}\setminus\{2\}$.

4°) Justifier que f est dérivable et démontrer que : $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 6x + 14)}{(x-2)^3}$.

5°) En déduire les variations de f sur $\mathbf{R}\setminus\{2\}$.

6°) Déterminer le point de (C) en lequel la tangente à (C) est parallèle à la droite Δ .

7°) Tracer la courbe (C) en s'appuyant sur tous les renseignements obtenus précédemment.