

**Exercice 4** (8 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R} \setminus \{-1 ; 1\}$  par :

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

**1°)** Etudier la parité de  $f$ .

En déduire que l'on peut restreindre l'étude de  $f$  à l'ensemble :  $D = [0 ; 1[ \cup ]1 ; +\infty[$ .

**2°)** Déterminer les limites de  $f$  en 1 et en  $+\infty$ . En déduire l'existence d'une asymptote à  $C_f$  sur  $D$ .

**3°)** Démontrer que la droite  $\Delta$  d'équation  $y = x$  est asymptote oblique à  $C_f$  en  $+\infty$ .

**4°)** Justifier que  $f$  est dérivable sur  $D$  et déterminer l'expression de sa fonction dérivée.

**5°)** Déterminer les variations de  $f$  sur  $D$  et en déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbf{R} \setminus \{-1 ; 1\}$ .

**6°)** Tracer la courbe  $C_f$  (unité : 2 cm).