

I/ Etude d'une fonction. (12 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Etudier les limites de f en $-\infty$, en $+\infty$ et en -2 .

En déduire que la courbe (C) admet une asymptote (D) .

2°) Déterminer trois réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$ pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

En déduire que la courbe (C) admet une deuxième asymptote (Δ) et déterminer la position de (C) par rapport à (Δ) .

3°) Déterminer le point d'intersection des droites (D) et (Δ) .

4°) Démontrer que le point $A(-2 ; -4)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C) .

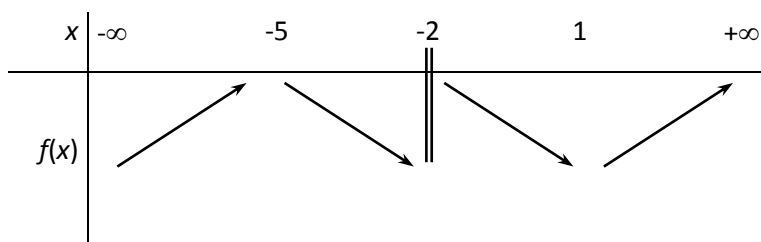
5°) Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f .

6°) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x = -1$.

7°) Résoudre l'équation : $x^2 + 4x - 5 = 0$.

8°) Résoudre l'inéquation : $f'(x) \geq 0$.

9°) Sachant que les variations de la fonction f sont les suivantes :



Recopier et compléter le tableau

10°) Tracer la courbe (C) et les droites (D) , (Δ) et (T) . (unité : 1 cm)