

**I/ Etude d'une fonction.** (12 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$

et  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

**1°)** Etudier les limites de  $f$  en  $-\infty$ , en  $+\infty$  et en  $-2$ .

En déduire que la courbe  $(C)$  admet une asymptote  $(D)$ .

**2°)** Déterminer trois réels  $a, b$  et  $c$  tels que :  $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ .

En déduire que la courbe  $(C)$  admet une deuxième asymptote  $(\Delta)$  et déterminer la position de  $(C)$  par rapport à  $(\Delta)$ .

**3°)** Déterminer le point d'intersection des droites  $(D)$  et  $(\Delta)$ .

**4°)** Démontrer que le point  $A(-2 ; -4)$  est un centre de symétrie pour la courbe  $(C)$ .

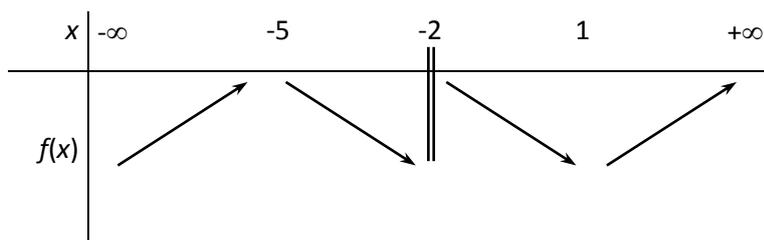
**5°)** Déterminer la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$ .

**6°)** Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse  $x = -1$ .

**7°)** Résoudre l'équation :  $x^2 + 4x - 5 = 0$ .

**8°)** Résoudre l'inéquation :  $f'(x) \geq 0$ .

**9°)** Sachant que les variations de la fonction  $f$  sont les suivantes :



Recopier et compléter le tableau

**10°)** Tracer la courbe  $(C)$  et les droites  $(D)$ ,  $(\Delta)$  et  $(T)$ . (unité : 1 cm)