1 ERE S **FONCTIONS** feuille 47

1-1 : Rationnelle 4

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-2\,,\,2\}$ par $f(x)=\dfrac{x^3-4x-4}{x^2-4}$.

a. Trouver deux nombres *a* et *b* tels que $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2-4}$

b. Etudier les limites de *f* aux bornes de son ensemble de définition.

c. Montrer que la courbe (C) de *f* a une asymptote oblique (D) et préciser la position de (C) par rapport à (D).

1-2 : Rationnelle 5

On considère les fonctions numériques *f* et *g* définies par :

$$f(x)=\frac{1}{3}\left(x^2+x+\frac{1}{x}\right) \text{ et } g(x)=2x^3+x^2-1$$

1. Montrer que pour tout $x\neq 0$, les nombres *f'(x)* et *g(x)* ont le même signe.

2. Etudier les variations de *g* sur R. En déduire que l'équation *g*(*x*)=0 admet dans R une solution unique *a*, avec 0<*a*<1 (on ne cherchera pas à calculer *a*). Préciser le signe de *g* suivant les valeurs de *x*.

3. Dresser le tableau des variations de la fonction *f* . On désigne par (C) la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormé (unité 3 cm), par I le point de (C) d'abcisse −1 et par J le point de (C) d'abcisse +1.

a. Vérifier que la droite (IJ) est tangente en J à (C).

b. Déterminer une équation de la tangente (T) en I à (C) .

c. Etudier la position de (C) par rapport à (T).

4. Utiliser les résultats précédents pour construire la courbe (C) (on prendra 2/3 comme valeur approchée de *a*).