

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (ax + b)e^{-0,1x}$$

où a et b sont des réels fixés.

La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous, dans un repère orthogonal.

On a également représenté la tangente $\mathcal{T}$ à $\mathcal{C}_f$ au point A(0; 5).

On admet que cette tangente $\mathcal{T}$ passe par le point B(4; 19).

1. En exprimant $f(0)$, déterminer la valeur de b .
2.
 - a. À l'aide des coordonnées des points A et B, déterminer une équation de la droite $\mathcal{T}$.
 - b. Exprimer, pour tout réel x , $f'(x)$ en fonction de x et de a et en déduire que pour tout réel x , $f(x) = (4x + 5)e^{-0,1x}$.
3. On souhaite déterminer le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
 - a. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (-0,4x + 3,5)e^{-0,1x}$.
 - b. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$ et en déduire le maximum de f sur $\mathbb{R}$.

