

On procède, chez un sportif, à l'injection intramusculaire d'un produit. Celui-ci se diffuse progressivement dans le sang. On admet que la concentration de ce produit dans le sang (exprimée en mg/L = milligramme par litre) peut être modélisée par la fonction f , définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

$$f(x) = \frac{6x}{e^x}$$

où x est le temps exprimé en heure.

Sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé du plan.



1. Montrer que pour tout $x \in [0; 10]$, la fonction dérivée de f , notée f' , a pour expression :

$$f'(x) = \frac{6 - 6x}{e^x}.$$

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0; 10]$ puis en déduire le tableau de variations de f sur $[0; 10]$.
3. Quelle est la concentration maximale du médicament dans le sang?
(On donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-1} près).
Au bout de combien de temps est-elle atteinte?
4. Ce produit fait l'objet d'une réglementation par la fédération sportive : un sportif est en infraction si, au moment du contrôle, la concentration dans son sang du produit est supérieure à 2 mg/L.
Le sportif peut-il être contrôlé à tout moment après son injection?
Expliquer votre raisonnement en vous basant sur l'étude de la fonction et/ou une lecture graphique sur la courbe \mathcal{C} .