1 ERE S **BARYCENTRES** feuille 4

EXERCICE 1

Soient trois points de l'espace A, B, C non alignés et soit k un réel de l'intervalle [-1 ; 1].

On note G_k le barycentre du système $\{(A, k^2+1), (B, k), (C, -k)\}$.

1. Représenter les points A, B, C, le milieu de I de [BC] et construire les points G_1 et G_{-1}.

2. a. Montrer que pour tout réel k de l'intervalle [-1 ; 1], on a l'égalité :

$$\overrightarrow{AG_k} = \frac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}\ .$$

b Etablir le tableau de variation de la fonction f définie sur [-1 ; 1] par $f(x) = -\frac{x}{x^2+1}$.

c. En déduire l'ensemble des points G_k quand k décrit l'intervalle [-1 ; 1].

Pour la suite de l'exercice, aucune figure n'est demandée sur la copie.

3. Déterminer l'ensemble E des points M de l'espace tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$.

4. Déterminer l'ensemble F des points M de l'espace tels que :

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|.$$

5. L'espace est maintenant rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Les points A, B et C ont pour coordonnées respectives (0 ; 0 ; 2), (-1 ; 2 ; 1) et (-1 ; 2 ; 5).

Le point G_k et les ensembles E et F sont définis comme ci dessus.

a. Calculer les coordonnées de G_1 et G_{-1}. Montrer que les ensembles E et F sont sécants.

b. Calculer le rayon du cercle *C* intersection de E et F.