Exercice 1

Soit ABC un triangle **non rectangle** d'angles inscrits $\hat{A}, \hat{B}$ *et* $\hat{C}$. *On rappelle que* $\tan(\hat{x}) = \frac{\sin(\hat{x})}{\cos(\hat{x})}$

1. Démontrez les relations suivantes :
   - **a.** $\tan(\hat{A} + \hat{B}) = -\tan(\hat{C})$
   - **b.** $\tan(\widehat{A} + \widehat{B}) = \frac{\tan(\widehat{A}) + \tan(\widehat{B})}{1 - \tan(\widehat{A})\tan(\widehat{B})}$
2. En déduire la (belle) formule : $\tan(\hat{A}) + \tan(\hat{B}) + \tan(\hat{C}) = \tan(\hat{A})\tan(\hat{B})\tan(\hat{C})$

Exercice 2

Démontrer que, pour tout réel x différent de $k\frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$:

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$$

Exercice 3

ABC est un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{5}$ (en radian) . On pose $AB = AC = x$ *et* $BC = 1$

1. Déterminez une mesure en radian des angles $\widehat{ABC}$ *et* $\widehat{ACB}$. **Faire une figure**

2. **a.** Δ bissectrice de $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en D. Démontrez que ADB et DBC sont respectivement isocèles en D et B .

b. En déduire AD *et* BD ainsi que l'expression de DC en fonction de x .

3. Exprimez BC^2 puis DC^2 à l'aide de la formule d'Al-Kâshi, et en déduire 2 relations algébriques Entre x et $\cos(\frac{\pi}{5})$.

4. a. À l'aide des 2 relations du **3.** Démontrez que $x^2 - x - 1 = 0$ et en déduire la valeur exacte de x

b. À l'aide d'un triangle rectangle , exprimez la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{5})$. (Considérer E milieu de $[AB]$)

Exercice 4

1. Simplifiez S = $\cos\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(x - \frac{5\pi}{6}\right)$ $(x \in \Re)$

2. Déduire du **1**. $x \in \left[-\frac{\pi}{2} ; 0\right]$ tel que $\cos\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) - \cos\left(x - \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$