

Exercice 3 Trigonométrie et produit scalaire : calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

Partie A : Avec le produit scalaire.

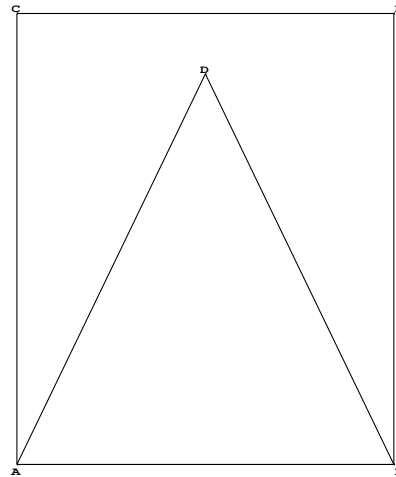
ABC est un triangle rectangle isocèle en A et ABD est un triangle équilatéral tels que C et D soient du même côté de la droite (AB). ABEC est un carré.

On note a la longueur AB.

1. Calculer les produits scalaires : $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de a.
2. En déduire que $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2 \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$
3. Donner une mesure en radian de l'angle .

En déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) =$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$



Exercice 1 : VRAI OU FAUX (0.5*3+1=2.5 points)

Pour chaque proposition, indiquer si elle est vraie ou fausse et proposer une démonstration pour la réponse indiquée ou un contre-exemple. – Une réponse non démontrée ne rapporte pas de point.

1. Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre réel positif.
2. Si $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0$ alors $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ ou $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$.
3. Si $AB=2$ et $BC=3$ alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 6$
4. \overrightarrow{u} et \overrightarrow{v} sont deux vecteurs tels que $\|\overrightarrow{u}\| = 3$, $\|\overrightarrow{v}\| = 2$, et $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = -3$
Alors $(3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v})^2 = 19$