

Parmi les stands de jeux d'une fête de village, les organisateurs ont installé une machine qui lance automatiquement une bille d'acier lorsque le joueur actionne un bouton.

Cette bille roule sur un plan comportant une cible circulaire évidée en son centre.

Lorsque la bille atteint la cible, soit elle est avalée, soit elle reste sur la cible.

Lorsque la bille n'atteint pas la cible, elle revient à son point de départ.

Dans la suite de l'exercice, on notera :

- C l'évènement « la cible est atteinte » ;
- B l'évènement « la bille est avalée ».

Une étude préliminaire a démontré que :

- la probabilité d'atteindre la cible lors d'un lancer est égale à 0,3 ;
- lorsque la cible a été atteinte, la probabilité que la bille soit avalée est égale à 0,2.

1. Traduire la situation aléatoire ci-dessus par un arbre de probabilité.

2. On actionne le bouton.

a. Calculer la probabilité P_1 que la bille soit avalée.

b. Calculer la probabilité P_2 qu'elle reste sur la cible.

Une partie se déroule selon la règle ci-dessous. Pour jouer, on paie 0,50 euro et on actionne le bouton qui lance la bille :

- si la bille est avalée, on gagne un lot d'une valeur de g euros ;
- si la bille reste sur la cible sans être avalée, on est remboursé ;
- si la bille rate la cible, on perd la mise.

3. Déterminer complètement la loi de probabilité de gain d'un joueur : on recopiera

et on complétera le tableau ci-dessous ; aucune justification n'est demandée.

| | | | |
|-------------|-------|---|-------|
| gain | -0,50 | 0 | -0,50 |
| probabilité | | | |

4. a. Montrer que l'espérance de gain d'un joueur en fonction de g est : $E = 0,06g - 0,38$.

b. On prévoit qu'un grand nombre de parties seront jouées. Pour quelles valeurs de g les organisateurs peuvent-ils espérer un bénéfice ?