Exercice 5 (7 points)

Partie A

Soit la fonction g définie sur **R** par : $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

1°) Calculer $g(1)$.

2°) En déduire une première factorisation de $g(x)$.

3°) Achever la factorisation de $g(x)$ et en déduire le signe de $g(x)$ en fonction de x.

Partie B

Soit la fonction f définie sur **R**\{3} par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x^2 + 8}{x - 3}$

1°) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Justifier que f est dérivable sur **R**\{3} et que, pour tout $x \neq 3$, on a : $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(x-3)^2}$.

3°) A l'aide de la *Partie A*, en déduire les variations de f et dresser le tableau de variation complet de la fonction f sur **R**\{3}.

Partie C

Soit (P) la parabole d'équation $y = x^2$ et soit φ la fonction définie sur **R**\{3} par : $\varphi(x) = f(x) - x^2$.

1°) Déterminer le signe de $\varphi(x)$ en fonction de x sur **R**\{3}. Interpréter graphiquement ce résultat.

2°) Déterminer la limite de $\varphi(x)$ en $-\infty$ et en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3°) En utilisant les informations précédentes, tracer la courbe représentative de f dans le repère dessiné sur la feuille de figures à rendre avec votre copie.