

Une entreprise du secteur « Bâtiments et Travaux Publics » doit réduire la quantité de déchets qu'elle rejette pour respecter une nouvelle norme environnementale. Elle s'engage, à terme, à rejeter moins de 30 000 tonnes de déchets par an.

En 2007, l'entreprise rejetait 40 000 tonnes de déchets.

Depuis cette date, l'entreprise réduit chaque année la quantité de déchets qu'elle rejette de 5 % par rapport à la quantité rejetée l'année précédente, mais elle produit par ailleurs 200 tonnes de nouveaux déchets par an en raison du développement de nouvelles activités.

Pour tout entier naturel n , on note r_n la quantité, en tonnes, de déchets pour l'année (2007 + n). On a donc $r_0 = 40000$.

1. a. Calculer r_1 et r_2 .
b. Justifier que pour tout entier n naturel on a $r_{n+1} = 0,95r_n + 200$.
2. Soit (s_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $s_n = r_n - 4000$.
 - a. Démontrer que la suite (s_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b. Pour tout entier naturel n , exprimer s_n en fonction de n .
En déduire que, pour tout entier naturel n , on a $r_n = 36000 \times 0,95^n + 4000$.
 - c. La quantité de déchets rejetée diminue-t-elle d'une année sur l'autre ? Justifier.
 - d. Déterminer la limite de la suite (r_n) quand n tend vers l'infini.
 - e. Calculer une estimation, en tonnes et à une tonne près, de la quantité de rejets en 2011.
3. *Dans cette question, tout trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
À partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise réussira-t-elle à respecter son engagement ?