Exercice 31

Suite arithmétiques

1) Parmi les suites suivantes, déterminer lesquelles sont arithmétiques (en justifiant votre réponse) ; le cas échéant, vous préciserez le premier terme u_0 et la raison r :

$u_n = 25 - 6n$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $u_n = n^2 - 3$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $u_n = \dfrac{2+n}{5}$ pour $n \in \mathbb{N}$

$u_n = n^2 - (n+3)^2$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $\begin{cases} u_0 = -7 \\ u_{n+1} = 9 + u_n \text{ pour } n \geqslant 0 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} u_1 = 15 \\ u_{n+1} = 3 - u_n \text{ pour } n \geqslant 1 \end{cases}$

2) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $u_0 = -7$. Ecrire la définition par récurrence de cette suite. Calculer u_1, u_2. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{10} et u_{99}.

3) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison $r = \frac{2}{5}$ et telle que $u_8 = 0$. Calculer u_0. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{12} et u_{999}.

4) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_0 = -10$ et $u_5 = 0$. Calculer la raison de cette suite. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{25} et u_{2005}.

5) Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_8 = 10$ et $u_{14} = 6$. Calculer la raison de cette suite. Calculer u_0. Ecrire la définition par récurrence de cette suite, puis exprimer u_n en fonction de n. Enfin calculer u_{303} et u_{2005}.

6) Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison $r = 0,5$. Calculer u_{10}, u_{30} et u_{99}, puis calculer les sommes $S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{99}$ et $S_2 = u_{10} + u_{11} + u_{12} + \cdots + u_{30}$.

Exercice 32

Suite géométriques

1) Parmi les suites suivantes, déterminer lesquelles sont géométriques (en justifiant votre réponse) ; le cas échéant, vous préciserez le premier terme u_0 et la raison q :

$u_n = 6n$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $u_n = -3 \times 10^n$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $u_n = \dfrac{3^n}{5^{n+1}}$ pour $n \in \mathbb{N}$

$u_n = 4 \times (1,03)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$ $\quad$ $\begin{cases} u_0 = -7 \\ u_{n+1} = 0,9\, u_n \text{ pour } n \geqslant 0 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} u_1 = 15 \\ u_{n+1} = \frac{3}{u_n} \text{ pour } n \geqslant 1 \end{cases}$

2) Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 1,2$ et de premier terme $u_0 = 3$. Ecrire la définition par récurrence de cette suite. Calculer u_1, u_2. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_6 et u_{10}.

3) Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q = 2$ et telle que $u_4 = 48$. Calculer u_0. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_6 et u_{12}.

4) Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_0 = -10$ et $u_3 = 1,25$. Calculer la raison de cette suite. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_1 et u_7.

5) Soit (u_n) une suite géométrique telle que $u_{20} = 45$ et $u_{23} = 5625$. Calculer la raison de cette suite. Calculer u_0. Ecrire la définition par récurrence de cette suite, puis exprimer u_n en fonction de n. Enfin calculer u_{17} et u_{27}.

6) Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 2500$ et de raison $q = 1,04$. Calculer u_1, u_2 et u_{15} (arrondir au centième). Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit rang n pour lequel $u_n \geqslant 5000$.

7) Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 0,3$ et de raison $q = 2$. Calculer u_3, u_{15} et u_{20}, puis calculer les sommes $S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}$ et $S_2 = u_3 + u_4 + u_{12} + \cdots + u_{20}$.