

Une entreprise fabrique un produit « Bêta ». La production mensuelle ne peut pas dépasser 15 000 articles. Le coût total, exprimé en milliers d'euros, de fabrication de x milliers d'articles est modélisé par la fonction C définie sur $]0; 15]$ par :

$$C(x) = 0,5x^2 + 0,6x + 8,16$$

La représentation graphique Γ de la fonction coût total est donnée dans l'annexe ci-dessous à rendre avec la copie.

On admet que chaque article fabriqué est vendu au prix unitaire de 8 €.

1. Qu'est ce qui est plus avantageux pour l'entreprise fabriquer et vendre 4 000 articles ou fabriquer et vendre 12 000 articles ?
2. On désigne par $R(x)$ le montant en milliers d'euros de la recette mensuelle obtenue pour la vente de x milliers d'articles du produit « Bêta ». On a donc $R(x) = 8x$.
 - a) Tracer dans le repère donné en annexe la courbe \mathcal{S} représentative de la fonction recette.
 - b) Par lecture graphique déterminer :
 - l'intervalle dans lequel doit se situer la production x pour que l'entreprise réalise un bénéfice positif;
 - la production x_0 pour laquelle le bénéfice est maximal.
3. On désigne par $B(x)$ le bénéfice mensuel, en milliers d'euros, réalisé lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles.
 - a) Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros, lorsque l'entreprise produit et vend x milliers d'articles, est donné par $B(x) = -0,5x^2 + 7,4x - 8,16$ avec $x \in]0; 15]$.
 - b) Étudier le signe de $B(x)$. En déduire la plage de production qui permet de réaliser un bénéfice (positif).
 - c) Étudier les variations de la fonction B sur $]0; 15]$.

En déduire le nombre d'articles qu'il faut fabriquer et vendre chaque mois pour obtenir un bénéfice maximal. Quel est le montant en euro, de ce bénéfice maximal ?

ANNEXE

