72 **1.** Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[1\,;20]$ par $f(x)=\frac{x}{4}+1+\frac{4}{x}$.

a. On note f' la dérivée de f. Vérifier que :

$$f'(x)=\frac{(x-4)(x+4)}{4x^2}.$$

b. En déduire le tableau de variations de f sur $[1\,;20]$.

2. Le coût de production, exprimé en million d'euros, pour fabriquer q milliers de tonnes d'un produit est donné par :

$$C(q)=4+q+\frac{q^2}{4}$$

avec q appartenant à $[1\,;20]$.

a. On appelle $U(q)$ le coût moyen de production d'un millier de tonnes de produit, lorsque la production est de q milliers de tonnes. Exprimer $U(q)$ en fonction de q.

b. Déterminer la valeur de q pour laquelle le coût moyen d'un millier de tonnes de produit est minimal.

Pour les exercices **73** à **75**, indiquer si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

73 Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x^3+6x-3$.

1. Le maximum de f sur $[-2{,}5\,;2]$ est égal à 1.

2. Le minimum de f sur $\mathbb{R}$ est -7.

74 Soit g définie sur $]-\infty\,;0[$ par $g(x)=2x+1+\frac{2}{x}$.

1. g admet un maximum égal à -1.

2. g admet un minimum égal à 5.

75 Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$.

1. f admet un minimum égal à -1.

2. f admet un minimum égal à 0.