

71 Une entreprise décide de fabriquer et de commercialiser un produit. Sa capacité maximale de production est de 20 tonnes.

Le coût, en milliers d'euros, d'une production de x tonnes est donné par :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 300x.$$

1.
 - a. Étudier les variations de C sur $[0 ; 20]$.
 - b. Tracer la représentation graphique de C dans un repère orthogonal (unités : 1 cm sur l'axe des abscisses pour 1 tonne ; 1 cm sur l'axe des ordonnées pour 200 euros).
2. En économie, on appelle coût moyen (noté C_M) le coût de fabrication d'une tonne de produit lorsque x tonnes sont produites. On a donc $C_M(x) = \frac{C(x)}{x}$.
 - a. Étudier le sens de variation de la fonction C_M sur l'intervalle $[0 ; 20]$.
 - b. En déduire le coût moyen minimal.
3. Après une étude de marché, l'entreprise décide de vendre son produit 84 000 euros la tonne.
 - a. Exprimer le bénéfice réalisé par l'entreprise en fonction de x .
 - b. Quelle doit être la production x de l'entreprise pour qu'elle réalise un bénéfice maximal ?
 - c. Est-ce la même valeur qui minimise le coût moyen ?